この見本について

高校数学の俯瞰 －演習セット－　数学Ⅰ A 第 7 章「確率」

これは**見本**です。実際の商品から **4 問**だけを抜き出して、問題と解説をそのまま載せています。文字を小さくしたり、解説を短くしたりはしていません。

選んだ 4 問

- 前半の 3 問 … **方針の候補が多い問題**や、**別解を複数紹介できる問題**を選びました。
- 最後の 1 問 … 章末の**【入試対策　実戦 Point 活用演習】**からです。入試レベルで、(1)(2)(3) の誘導が付いています。

商品の中身

- ①この教材のあつかいについて　②目次　③問題編　④答え一覧　⑤解説編　の順に入っています。
- 解説は**「問題を見て思うこと」→「解答」→「方針の候補（○△ ×）」→「別の方針でも解いてみる」→「この問題で身につくこと」→「使った Point」**の順です。
- 使った Point は**本編の該当箇所をそのまま載せている**ので、PDF 1 つで完結します。

※ 見本は抜粋なので、「本文は問○参照」と書いてある問が、この見本に入っていないことがあります。商品版にはすべて収録されています。

※ 商品版には全ページに購入者のお名前と注文 ID が入ります。見本には入っていません。

※ 答え一覧は商品版にあります。見本では解説の中に答えが入っています。

問題編（見本）

問 1　袋に赤玉 5 個、白玉 3 個、青玉 2 個の計 10 個が入っている。この中から同時に 3 個を取り出す。

(1) 3 色がそろう確率を求めよ。　(2) 3 個とも同じ色である確率を求めよ。

(3) 取り出した 3 個の「色の組合せ」だけを数えると、起こりうる組合せは何通りか。また、「3 色がそろうのはそのうちの 1 通りだから、確率は $\dfrac{1}{(\text{組合せの数})}$ である」とする答案が誤りである理由を、(1) の結果と比べて述べよ。　（Point 7-1-4）

問 17　ある製品は、工場 A，B，C でそれぞれ全体の 50%，30%，20% が作られていて、不良品の割合はそれぞれ 1%，2%，5% である。全製品から 1 個を無作為に取り出す。

(1) 工場 A で作られた不良品である確率を求めよ。

(2) 不良品である確率を求めよ。

(3) 取り出した製品が不良品であったとき、それが工場 A，B，C で作られたものである確率をそれぞれ求めよ。　（Point 7-1-9）

問 20　表が出る確率が $\dfrac{1}{3}$ である硬貨を n 回投げるとき、表が出る回数が偶数（0 回を含む）である確率を p_n とする。

(1) p_1，p_2 を求めよ。　(2) p_{n+1} を p_n で表せ。　(3) p_n を求めよ。　（Point 7-1-10）

【入試対策　実戦 Point 活用演習】

章末に置いている入試レベルの 6 問から、1 問を見本として載せます。

問 31　さいころを 1 回投げ、出た目の数と同じ金額（円）をもらえるゲームがある。ただし、最初に出た目を見たうえで、1 回だけ振り直すことができ、振り直したときは、振り直して出た目の数と同じ金額をもらう（最初の目の金額はもらえない）。「最初の目が t 以下なら振り直し、$t+1$ 以上なら振り直さない」という方針を方針 t とよぶ（$t=0,\ 1,\ \cdots,\ 6$。$t=0$ は振り直さない方針）。

(1) 方針 t をとるときの、もらえる金額の期待値 E_t を t の式で表せ。

(2) E_t を最大にする t と、そのときの期待値を求めよ。

(3) 振り直しを最大 2 回まで行えるとき（出た目を見てその都度決めてよい）、期待値を最大にする方針と、そのときの期待値を求めよ。　（Point 7-1-11）

解説編（見本）

問 1

袋に赤玉 5 個、白玉 3 個、青玉 2 個の計 10 個が入っている。この中から同時に 3 個を取り出す。
(1) 3 色がそろう確率を求めよ。 (2) 3 個とも同じ色である確率を求めよ。
(3) 取り出した 3 個の「色の組合せ」だけを数えると、起こりうる組合せは何通りか。また、「3 色がそろうのはそのうちの 1 通りだから、確率は $\dfrac{1}{(\text{組合せの数})}$ である」とする答案が誤りである理由を、(1) の結果と比べて述べよ。

問題を見て思うこと

章のフロー：立式の道は ①直接求める（数え上げ）→ ②余事象 → ③漸化式。ここは①。

▶ 確率の全体像

確率の大前提は**同じものもまず区別**。同じ色の玉も別のものとみなす。 ▶ Point 7-1-4

→ 10 個はすべて別の玉。全事象は ${}_{10}\mathrm{C}_3 = 120$ 通りで、どれも同様に確からしい。→ あとは個数を数えるだけ。

→ (1) 色ごとに 1 個ずつ選ぶ（積の法則）。(2) 同じ色から 3 個選ぶ。青玉は 2 個なので、青で 3 個は起こらない。

→ (3) 色の組合せごとに、実現する取り出し方の数が違う。出やすさがそろっていない。

解答

玉を 10 個すべて区別すると、全事象は ${}_{10}\mathrm{C}_3 = 120$ 通りで、どれも同様に確からしい。

(1) 赤，白，青から 1 個ずつ選ぶ方法は $5 \times 3 \times 2 = 30$ 通りであるから

$$\frac{30}{120} = \boldsymbol{\frac{1}{4}}$$

(2) 赤玉 3 個は ${}_5\mathrm{C}_3 = 10$ 通り、白玉 3 個は ${}_3\mathrm{C}_3 = 1$ 通り、青玉は 2 個なので 3 個とも青は 0 通りである。

$$\frac{10+1}{120} = \boldsymbol{\frac{11}{120}}$$

(3) 色の組合せは、(赤，赤，赤)，(赤，赤，白)，(赤，赤，青)，(赤，白，白)，(赤，白，青)，(赤，青，青)，(白，白，白)，(白，白，青)，(白，青，青) の **9** 通り（青玉は 2 個なので (青，青，青) は起こらない）。

「3 色そろうのは 1 通りだから $\dfrac{1}{9}$」とする答案は誤りである。正しい確率は (1) の $\dfrac{1}{4}$ である。理由は、色の組合せごとに実現する取り出し方の数が違うからである。たとえば

(赤，赤，赤)：${}_5\mathrm{C}_3 = 10$ 通り，　(赤，白，青)：$5 \cdot 3 \cdot 2 = 30$ 通り，　(白，白，白)：1 通り

で、9 通りの組合せは同様に確からしくない（全部で 120 通りに配分される数が組合せごとに異なる）。

方針の候補

○ 10 個の玉を全部区別して、全事象を ${}_{10}\mathrm{C}_3 = 120$ 通りとする。 **▶Point 7-1-4**

○ 3 色そろうのは、色ごとに 1 個ずつ選ぶ積 $5 \times 3 \times 2$。

△ 取り出す順番をつけて数える … 同時に取り出すことと同じ確率になる。ただし数える量が増える。

× 色の組合せ 9 通りを全事象にする … 組合せごとに出やすさが違うので、このままでは確率の計算に使えない。

× 青玉で 3 個を数える … 青玉は 2 個なので、（青，青，青）は 0 通り。

別の方針でも解いてみる（略解）

△ 取り出す順番をつけて数える道

同時に 3 個を取り出すことは、1 個ずつ 3 個取り出す（順序あり）と見ても、色についての確率は同じ。
→ 全事象は $10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$ 通り。3 色そろうのは、色の並び方が $3! = 6$ 通り、各色の玉の選び方が $5 \cdot 3 \cdot 2 = 30$ 通りで 180 通り。
→ $\dfrac{180}{720} = \dfrac{1}{4}$。同じ結論に到達する。

この問題で身につくこと

・確率は**同じものもまず区別**してスタートする。
・玉を全部区別すると、${}_{10}\mathrm{C}_3$ 通りが**すべて同様に確からしい**。
・「色の組合せ」ごとに**実現する取り出し方の数が違う**（重みが違う）。
・区別しない数え方は、重みを付けないと確率にならない。
・同時に取り出す問題は、順番をつけて数えても同じ確率になる。
・どれか 1 つしか正解でない、ということはない。

使った Point（本編より。例題は省略）

Point 7-1-4「同じものはまず区別！！」 ～ 区別しなかったら・・・？ ～
まずは確率問題の大前提、**同じものもまず区別する**。
例：袋に赤玉 4 個、白玉 3 個、青玉 2 個の計 9 個が入っている。同時に 3 個取り出すとき、3 色がそろう確率は？
【同じものを区別しない】 色の組合せだけを考えると、（赤，赤，赤），（赤，赤，白），…，（赤，白，青）の 9 通りで、3 色そろうのは 1 通り。よって $\dfrac{1}{9}$ としてしまう。→ 間違い。理由は、この 9 通りの出やすさが等しくないから（「同様に確からしい」といえない）。たとえば（赤，白，青）は、赤 4 個から 1 個、白 3 個から 1 個、青 2 個から 1 個の選び方で $4 \times 3 \times 2 = 24$ 通りあるが、（赤，赤，赤）は ${}_4\mathrm{C}_3 = 4$ 通りである。要は、色の組合せごとに**”重み”が違う**。
【同じものを区別する】 9 個の玉をすべて別のものとみなす。全事象は、9 個から 3 個を選ぶ ${}_9\mathrm{C}_3 = 84$ 通りで、どれも同様に確からしい。3 色そろうのは、赤 4 個・白 3 個・青 2 個から 1 個ずつ選ぶ $4 \times 3 \times 2 = 24$ 通り。よって $\dfrac{24}{84} = \dfrac{2}{7}$。
確率では**すべてを区別してスタート**しよう！

問 17

ある製品は、工場 A，B，C でそれぞれ全体の 50%，30%，20% が作られていて、不良品の割合はそれぞれ 1%，2%，5% である。全製品から 1 個を無作為に取り出す。

(1) 工場 A で作られた不良品である確率を求めよ。

(2) 不良品である確率を求めよ。

(3) 取り出した製品が不良品であったとき、それが工場 A，B，C で作られたものである確率をそれぞれ求めよ。

問題を見て思うこと

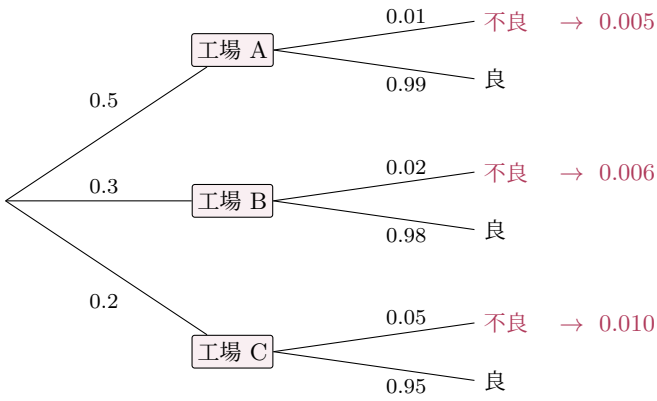
「不良品であった」という結果から、「どの工場か」という原因を問う。**原因の確率**。▶Point 7-1-9

→ 時間の順に樹形図をかく（工場 → 不良か良か）。枝の確率を掛けて、末端に書き込む。

→ (3) $P_B(A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$ の分母は **(2) の「不良品である確率」**。分母を作る作業がほとんど。▶Point 7-1-8

→ 工場 A の不良率は 1% だが、(3) は「不良品のうち A 製」の割合で、向きが逆。

解答



図：工場 → 不良か良か。不良の末端の値が、「その工場で作られた不良品」の確率。

(1)

$$P(\text{A}\cap\text{不良})=0.5\times0.01=0.005=\boldsymbol{\frac{1}{200}}$$

(2)　不良品は A，B，C のどれかで作られ、これらは互いに排反である。

$$P(\text{不良})=0.5\times0.01+0.3\times0.02+0.2\times0.05=0.005+0.006+0.010=0.021=\boldsymbol{\frac{21}{1000}}$$

(3)　不良品であったときに各工場で作られた確率は、(1)，(2) の値から

$$P_{\text{不良}}(\text{A})=\frac{0.005}{0.021}=\boldsymbol{\frac{5}{21}},\quad P_{\text{不良}}(\text{B})=\frac{0.006}{0.021}=\boldsymbol{\frac{2}{7}},\quad P_{\text{不良}}(\text{C})=\frac{0.010}{0.021}=\boldsymbol{\frac{10}{21}}$$

（$\frac{5}{21}+\frac{6}{21}+\frac{10}{21}=1$ となり、確率の和が 1 であることの確認になる。）

方針の候補

○ 樹形図をかき、枝の確率を掛けて末端の値を出す。 ▶Point 7-1-9

○ (3) は $P_B(A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$。分母は (2) の P(不良)（3 つの末端の和）。

△ 製品を 10000 個とおいて、個数の表で考える … A 5000 個（不良 50）、B 3000 個（不良 60）、C 2000 個（不良 100）。うまくいく。

× (3) の A を 1% と答える … 1% は「A 製のうち不良」の割合で、(3) は「不良のうち A 製」。条件の向きが逆である。

× (3) の分母を P(A∩不良) $=0.005$ のまま、または全体の 1 にする … 分母は「不良品である」確率 0.021。

× 不良品の確率を $0.01+0.02+0.05=0.08$ とする … 各工場が作る割合（0.5，0.3，0.2）を掛けていない。

別の方針でも解いてみる（略解）

△ 10000 個に置き直して、個数の表で考える道

製品が 10000 個あるとする。工場 A は 5000 個で不良 50 個、B は 3000 個で不良 60 個、C は 2000 個で不良 100 個。

→ 不良は計 210 個。不良 210 個のうち A 製は 50 個で $\dfrac{50}{210}=\dfrac{5}{21}$、B 製は $\dfrac{60}{210}=\dfrac{2}{7}$、C 製は $\dfrac{100}{210}=\dfrac{10}{21}$。同じ結論に到達する。

この問題で身につくこと

・原因の確率は**「分母を作る」**作業が中心。分母は**結果の確率**（ここでは不良品である確率）。
・樹形図の末端に**枝の確率の積**を書き込み、必要な末端を足す。
・$P_B(A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$ と、$P_A(B)$ は**向きが逆**。値も違う。
・原因が 3 つあるとき、3 つの確率の和は 1 になる。検算に使える。
・個数に置き直す考え方（10000 個）でも解ける。どれか 1 つしか正解でない、ということはない。

使った Point（本編より。例題は省略）

Point 7-1-9 原因の確率
（本文は問 16 参照）

使った Point（本編より。例題は省略）

Point 7-1-8 条件付き確率
（本文は問 14 参照）

問 20

表が出る確率が $\dfrac{1}{3}$ である硬貨を n 回投げるとき、表が出る回数が偶数（0 回を含む）である確率を p_n とする。

(1) p_1，p_2 を求めよ。　(2) p_{n+1} を p_n で表せ。　(3) p_n を求めよ。

問題を見て思うこと

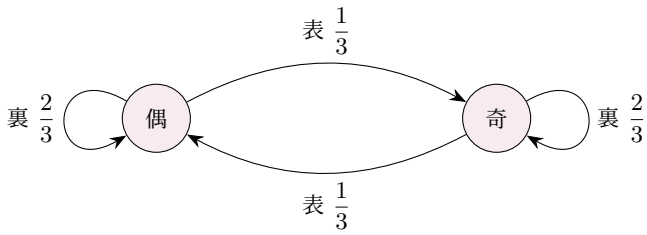
章のフロー：①直接求める → ②余事象 → **③漸化式**。n 回の試行がつながる問題は、③を発想の 1 つに持っておく。 ▶確率の全体像　▶Point 7-1-10

→ **最後（$n+1$ 回目）の状態で場合分け**。n 回で表が偶数回か奇数回かで、$n+1$ 回目に出てほしい面が変わる。

→ 状態は「偶数」「奇数」の 2 つ。n 回目と $n+1$ 回目の**推移図**をかく。

→ 漸化式は $p_{n+1}-\alpha=r(p_n-\alpha)$ の形に変形して解く。

解答



図：表の回数が偶数・奇数の状態の推移（n 回目 → $n+1$ 回目）。表が出ると偶奇が入れ替わり、裏が出ると変わらない。

(1)　p_1 は 1 回投げて表が 0 回（裏）の確率であるから $p_1=\boldsymbol{\dfrac{2}{3}}$。

p_2 は表が 0 回か 2 回の確率であるから

$$p_2=\left(\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{4}{9}+\frac{1}{9}=\boldsymbol{\frac{5}{9}}$$

(2)　$n+1$ 回目で表が偶数回になるのは、次の 2 つの場合で、互いに排反である。

・n 回で偶数回（確率 p_n）で、$n+1$ 回目が裏（確率 $\dfrac{2}{3}$）

・n 回で奇数回（確率 $1-p_n$）で、$n+1$ 回目が表（確率 $\dfrac{1}{3}$）

$$p_{n+1}=\frac{2}{3}p_n+\frac{1}{3}(1-p_n)=\boldsymbol{\frac{1}{3}p_n+\frac{1}{3}}$$

(3)　$\alpha=\dfrac{1}{3}\alpha+\dfrac{1}{3}$ を解くと $\alpha=\dfrac{1}{2}$ であるから、(2) は

$$p_{n+1}-\frac{1}{2}=\frac{1}{3}\left(p_n-\frac{1}{2}\right)$$

と変形できる。数列 $\left\{p_n - \frac{1}{2}\right\}$ は、初項 $p_1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$、公比 $\frac{1}{3}$ の等比数列であるから

$$p_n - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^{n}$$

$$\therefore \quad p_n = \boldsymbol{\frac{1}{2}\left\{1 + \left(\frac{1}{3}\right)^{n}\right\}}$$

（$n=1$ で $\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3} = \frac{2}{3}$、$n=2$ で $\frac{1}{2}\cdot\frac{10}{9} = \frac{5}{9}$ となり、(1) と一致する。）

方針の候補

○ 最後の状態（偶数／奇数）で場合分けし、推移図から漸化式を立てる。 **▶Point 7-1-10**

○ $p_{n+1} - \alpha = r(p_n - \alpha)$ の形に変形して、等比数列として解く。

△ 偶数回の項を二項定理で直接足す … $p_n = \sum_{k\ \text{偶数}} {}_n\mathrm{C}_k \left(\frac{1}{3}\right)^k \left(\frac{2}{3}\right)^{n-k}$ を、$\frac{1}{2}\{(a+b)^n + (b-a)^n\}$ の形でまとめれば解ける。ただしこの変形に気づく必要がある。

× $p_{n+1} = \frac{2}{3}p_n$ とする …「偶数のまま裏」の場合だけで、奇数回から表が出て偶数回になる場合を落としている。

×「偶数回と奇数回は半々だから $p_n = \frac{1}{2}$」とする … 表の確率が $\frac{1}{3}$ なので半々にならない（$p_1 = \frac{2}{3}$）。

別の方針でも解いてみる（略解）

△ 二項定理で偶数回の項だけを足す道

$a = \frac{1}{3}$（表）、$b = \frac{2}{3}$（裏）とおくと、二項定理より $(b+a)^n = \sum_{k=0}^{n} {}_n\mathrm{C}_k a^k b^{n-k}$、$(b-a)^n = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k {}_n\mathrm{C}_k a^k b^{n-k}$。この 2 式を足すと、$k$ が奇数の項が打ち消し合う。

→ $p_n = \frac{1}{2}\{(b+a)^n + (b-a)^n\} = \frac{1}{2}\left\{1 + \left(\frac{1}{3}\right)^n\right\}$。同じ結論に到達する。

この問題で身につくこと

- 「n 絡みの確率」は、**漸化式**を発想の 1 つに持つ。
- **最後（$n+1$ 回目）の状態で場合分け**し、n 回目の状態の確率で表す。
- **推移図**をかくと、「何から何へ移るか」の見落としがなくなる。
- $p_{n+1} = rp_n + s$ の形は、$\alpha = r\alpha + s$ **の解 α を引いて**等比数列にする。
- 対称にならない確率（$\frac{1}{3}$）では、偶数回と奇数回は**半々にならない**。
- どれか 1 つしか正解でない、ということはない。

使った Point（本編より。例題は省略）

Point 7-1-10 確率漸化式

（最初または最後の状態で場合分けをして）n 番目と $n+1$ 番目などの**推移図**をかけ！

→ 漸化式を立式して、解く！

問 31

さいころを 1 回投げ、出た目の数と同じ金額（円）をもらえるゲームがある。ただし、最初に出た目を見たうえで、1 回だけ振り直すことができ、振り直したときは、振り直して出た目の数と同じ金額をもらう（最初の目の金額はもらえない）。「最初の目が t 以下なら振り直し、$t+1$ 以上なら振り直さない」という方針を方針 t とよぶ（$t=0,\ 1,\ \cdots,\ 6$。$t=0$ は振り直さない方針）。

(1) 方針 t をとるときの、もらえる金額の期待値 E_t を t の式で表せ。

(2) E_t を最大にする t と、そのときの期待値を求めよ。

(3) 振り直しを最大 2 回まで行えるとき（出た目を見てその都度決めてよい）、期待値を最大にする方針と、そのときの期待値を求めよ。

問題を見て思うこと

期待値 $=\sum$(値 $\times$ 確率)。方針 t では、最初の目が t 以下か $t+1$ 以上かで場合分けする。

▶ Point 7-1-11

→ 振り直すと、目の期待値 $\dfrac{7}{2}$ がもらえる。振り直さないなら、最初の目 i がもらえる。

→ (2) E_t は t の 2 次式。整数 t なので、頂点に最も近い整数を調べる。

→ (3) あとの回から考える。振り直しが残り 1 回のときの最善の期待値が、前の回の「振り直したらもらえる値」になる。

解答

(1)　最初の目が i のとき、

- $i \leqq t$（確率 $\dfrac{t}{6}$）：振り直す。もらえる金額の期待値は $\dfrac{1+2+\cdots+6}{6}=\dfrac{7}{2}$
- $i \geqq t+1$：振り直さない。目 i が出る確率は各 $\dfrac{1}{6}$ で、金額は i 円

$$E_t=\frac{t}{6}\cdot\frac{7}{2}+\frac{1}{6}\sum_{i=t+1}^{6} i=\frac{7t}{12}+\frac{1}{6}\left\{21-\frac{t(t+1)}{2}\right\}=\frac{7t+42-t^2-t}{12}$$

$$E_t=\boldsymbol{\frac{42+6t-t^2}{12}}$$

（$t=0$ で $\dfrac{42}{12}=\dfrac{7}{2}$ となり、振り直さない場合の期待値と一致する。）

(2)　$E_t=\dfrac{51-(t-3)^2}{12}$ と変形できる。t は 0 以上 6 以下の整数なので、$t=3$ のとき最大で

$$E_3=\frac{51}{12}=\boldsymbol{\frac{17}{4}}\ (=4.25)$$

よって、$t=\mathbf{3}$（3 以下なら振り直す）、期待値は $\dfrac{17}{4}$ 円。

(3)　あとの回から考える。振り直しが残り 1 回のときの最善は (2) の方針 3 で、期待値 $\dfrac{17}{4}$ 円。

最初の目 i を見て、「振り直さずに i 円もらう」か「振り直して（残り 1 回の状態で）期待値 $\dfrac{17}{4}=4.25$ 円」かを比べる。$i \leqq 4$ なら $i<4.25$ で振り直し、$i \geqq 5$ なら振り直さない。

最初の目が 4 以下の確率は $\dfrac{4}{6}$ なので

$$E=\frac{4}{6}\cdot\frac{17}{4}+\frac{1}{6}(5+6)=\frac{17}{6}+\frac{11}{6}=\frac{28}{6}=\boldsymbol{\frac{14}{3}}\ (=4.66\cdots)$$

最大の方針は「最初の目が 4 以下なら振り直し、振り直したあとの目が 3 以下ならもう一度振り直す」。期待値は $\dfrac{14}{3}$ 円。

方針の候補

○ 方針 t で場合分けし、「値 × 確率」の和にする。振り直すほうは期待値 $\dfrac{7}{2}$ を使う。 ▶Point 7-1-11

○ (2) 平方完成して、整数 t に最も近い頂点（$t=3$）を選ぶ。

○ (3) あとの回から考え、残り 1 回の最善の期待値を「振り直しの値」とする。

△ (2) $t=0,1,\cdots,6$ の E_t を全部計算して比べる … 7 つの値を出せば確実に最大が分かる。うまくいくが、式の形を使うほうが短い。

△ (3) 方針を決めうちして、期待値を何通りも計算する … 最初と 2 回目の境界 (t_1,t_2) を全部計算する。うまくいくが、あとの回から考えると境界が自動で決まる。

× (1) で、振り直さない場合も $\dfrac{7}{2}$ と考える … 振り直さなければ、もらえるのは最初の目 i 円。$\dfrac{7}{2}$ は振り直すときの値。

× (3) で、最初の目が 3 以下のときだけ振り直す … 残り 1 回の期待値が $\dfrac{17}{4}=4.25$ だから、目が 4 のときも振り直すほうが得。

別の方針でも解いてみる（略解）

△ 全部の t の期待値を計算して比べる道

$E_t=\dfrac{42+6t-t^2}{12}$ に $t=0,1,\cdots,6$ を入れる。$\dfrac{42}{12},\ \dfrac{47}{12},\ \dfrac{50}{12},\ \dfrac{51}{12},\ \dfrac{50}{12},\ \dfrac{47}{12},\ \dfrac{42}{12}$。

→ 最大は $t=3$ の $\dfrac{51}{12}=\dfrac{17}{4}$。(2) と同じ結論に到達する。

△「振り直しの値」と目を比べて境界を決める道

(2) の別解。残り 1 回で、最初の目 i と「振り直しの期待値 $\dfrac{7}{2}=3.5$」を比べる。$i<3.5$ すなわち $i \leqq 3$ なら振り直し、$i \geqq 4$ なら振り直さない。

→ これが方針 3 にあたる。$E=\dfrac{3}{6}\cdot\dfrac{7}{2}+\dfrac{4+5+6}{6}=\dfrac{7}{4}+\dfrac{5}{2}=\dfrac{17}{4}$。同じ結論に到達する。(3) も同じ考え方で、境界が 4.25 に変わるだけ。

この問題で身につくこと

- 期待値は**「値 × 確率」の和**。場合分けごとに期待値を出して、確率で重みづけする。
- **振り直す** → 期待値 (3.5) がもらえる。**振り直さない** → 目の値がもらえる。この大小の比較が方針の境界。
- 方針の最適化は**あとの回から考える**。残りの回数が少ないほうの最善の値を使って、前の回を決める。
- 振り直しが増えると、**期待値は増える**（$\dfrac{17}{4}\to\dfrac{14}{3}$）。
- 整数の t では、**平方完成して頂点に近い整数**を調べる。

使った Point（本編より。例題は省略）

Point 7-1-11 期待値
（本文は問 22 参照）